1. 문학적 프로그래밍. 컴퓨터 프로그래머로서 TEX에 관심있는 분이라면, "문학적 프로그래밍 (Literate programming)"[1] 이라는 말을 한 번쯤은 들어봤을 것입니다. TEX 역시 문학적 프로그래밍의 한 도구인 WEB 이라는 언어로 구현된 프로그램입니다. WEB은 조판 언어인 TEX과 교육용 프로그래밍 언어로 알려진 Pascal 프로그래밍 언어로 이루어져 있습니다. 문학적 프로그래밍은 TEX의 저자이기도 한 Knuth가 제창한 프로그래밍의 새로운 패러다임입니다. 다음은 Knuth가 한 말로, 문학적 프로그래밍의 기본 배경이 되는 개념이라고 할 수 있습니다.

> *I believe that the time is ripe for significantly better documentation of programs, and that we can best achieve this by considering programs to be works of literature. Hence, my title: "Literate Programming."*
> *Let us change our traditional attitude to the construction of programs: Instead of imagining that our main task is to instruct a computer what to do, let us concentrate rather on explaining to human beings what we want a computer to do.*[2]

더불어 Knuth은 *Mathematical Writing*이라는 책에서 다음과 같은 재미있는 말을 했습니다.

> Don says that a computer program is a piece of literature. ("*I look forward to the day when a Pulitzer Prize will be given for the best computer program of the year*.")

심지어는 그의 홈페이지[3] 에서는 아래와 같은 겁을 주기도 합니다.

> "*If you are in the software industry and do not use* CWEB *but your competitors do, your competitors will soon overtake you—and you'll miss out on a lot of fun besides.*"

이 프로그램은 TEX과 가장 많이 사용되는 프로그래밍 언어 중의 하나인 C 프로그래밍 언어가 조합된 CWEB란 언어를 소개하기 위해 작성된 간단한 프로그램입니다. 이 프로그램은 CWEB의 소개에 목적을 두고 만들어진 프로그램이라, 프로그램의 완성도는 높지 않은 편입니다. 심지어는 입력에 대한 검사도 하지 않습니다. 너그러이 봐 주시기를 바랍니다. 하지만 매우 흥미로운 알고리즘을 구현한 것이기도 합니다. 또한 이 프로그램은 CWEB 프로그래밍이 얼마나 재미있고 흥분되는 것인가 하는 것을 소개하기 위한 것 이기도 합니다.

---

[1] http://faq.ktug.or.kr/faq/LiterateProgramming

[2] http://www.literateprogramming.com

[3] http://www-cs-faculty.stanford.edu/~knuth/cweb.html

2. 배열 회전. 컴퓨터 프로그래머라면 한 권쯤 가지고 있을 법한 Jon Bentley가 저술한 "*Programming Pearls*"이란 책이 있습니다. 이 책의 두 번째 컬럼은 효율적인 알고리즘의 중요성과 그 알고리즘 개발의 흥미를 설명한 *Aha! Algorithms* 이란 제목의 컬럼입니다. Jon은 여기서 세가지 재미있는 문제를 제시하는데, 여기서는 그 세 가지중 두 번째 문제인 배열의 회전에 관한 문제를 CWEB을 이용해서 구현해 보겠습니다. 문제는 다음과 같습니다.

"*크기가 n인 일차원 배열을 왼쪽으로 i만큼 회전 이동 하라.*"

예를 들면, $n = 8$, $i = 3$으로 주어졌을 때, 배열 $abcdefgh$는 $defghabc$로 변환됩니다. 잠깐 생각하여 떠오르는 방법은 배열 x의 처음 i개를 임시 장소에 저장하고, 나머지 $n-i$개의 원소들을 왼쪽으로 i만큼 옮긴 다음에, 임시 장소에 저장되어 있던 i개의 원소들을 뒤에 붙이는 방법입니다. 이 방법은 i개 만큼의 원소들을 저장 할 수 있는 임시 장소가 필요한데, i의 값이 크다면, 메모리 낭비가 심하다는 단점이 있습니다. 그래서 메모리를 절약하는 방법으로 생각 할 수 있는 방법이 일단 1개의 원소를 왼쪽으로 회전이동 하는 함수를 구현하고, 이 함수를 i번 호출하는 것입니다. 이 방법은 메모리는 절약되지만, 실행시간이 너무 길어진다는 단점이 있습니다.

여러분은 최소한의 임시 공간을 사용하며 n 에 비례하는 실행 시간만을 이용해서 해결 할 수 있습니까? 즉, 이 문제에는 시간과 공간의 제약 사항이 있는데, 이 제약 사항을 좀 유식하게 표현하면,

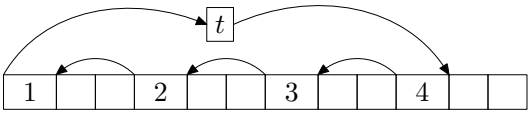
$$O(n) \text{ 시간}, \quad O(1) \text{ 추가 공간}$$

쯤 됩니다. 물론, 이러한 제약 사항 아래서 문제를 해결하려면, 해결 방법이 복잡해 지는 것은 당연합니다. Jon은 이 문제에 대해서 세 가지 매우 흥미로운 알고리즘을 제시합니다. 여기서는 그 세가지 각각의 알고리즘을 알아보고, 구현해 보겠습니다.

이 프로그램의 전체적인 구조는 다음과 같습니다.

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>     /* atoi() */
  ⟨ 필요한 서브루틴들 4 ⟩
  ⟨ 세 가지 Vector rotation 알고리즘 3 ⟩
  main(argc, argv)
      int argc;
      char *argv[];
  {
    int i, n, d, which;
    char *vector;     /* 프로그램에서 사용되는 일차원 배열입니다 */
    ⟨ Command line parameter 설정 14 ⟩;
    ⟨ 일차원 배열 생성 및 초기화 15 ⟩;
    ⟨ 주어진 알고리즘 실행 16 ⟩;
    free(vector);
    return 0;
  }
```

3. Juggling 알고리즘. Jon이 소개한 세 가지 알고리즘 중 첫번째는 저글링 알고리즘이라 불리는 방법 입니다. 먼저 $x[0]$에 있는 원소를 임의의 공간 t로 옮깁니다. 그리고나서 $x[i]$는 $x[0]$로, $x[2i]$는 $x[i]$로 옮깁니다. 이때 옮기는 모든 인덱스에 대해서 mod n 연산을 취합니다. 이유는 회전 이동이 모듈라 연산과 관계가 있기 때문입니다. 이러한 식으로 계속 원소들을 옮기다가 $x[0]$위치의 원소를 옮길 경우가 발생하면, $x[0]$의 원소는 이미 $x[i]$에서 옮겨왔기 때문에 또 옮길 필요가 없고, 임시 저장 장소 t에 있는 원소를 $x[0]$를 옮길 위치로 옮기고 여기서 이 과정을 여기서 멈춥니다. i가 3이고 n이 12일때, 앞에 설명한 대로 옮기는 과정은 아래 그림과 같습니다.



위 과정에서 모든 원소들이 이동되지 않았으면, $x[1]$을 시작으로 해서 위와 같은 과정을 거칩니다. 이런 식으로 모든 원소들을 옮길 때까지 계속합니다.

⟨ 세 가지 Vector rotation 알고리즘 3 ⟩ ≡
```
void juggling(x, n, rotdist)
    char *x;      /* 배열 */
    int n;      /* 배열의 크기 */
    int rotdist;      /* 문제에서 i에 해당합니다. */
{
  int i, j, k, t;
  int cycles;      /* rotdist와 n의 최대공약수, 즉, 루프의 횟수 */
  cycles = gcd(rotdist, n);
  for (i = 0; i < cycles; i++) {
    t = x[i];      /* 시작 원소를 임시 공간에 둡니다 */
    j = i;
    ⟨ 저글링을 실행하라 5 ⟩
    x[j] = t;      /* 임시 저장 장소의 값을 배열의 빈 공간으로 옮긴다 */
  }
}
```
다음 섹션들도 살펴보세요: 9, 13.

이 코드는 다음 섹션에서 사용됩니다: 2.

4. 함수 *juggling*을 보면, *rotdist* 과 n의 최대 공약수 만큼 루프를 도는데, 이 두수의 최대 공약수를 현대 대수학에서는 '이 회전으로 야기된 permutation 그룹의 cosets의 수'라고 한다네요. 무슨 말인지 모르겠습니다. 그냥 알아두세요. 두 수의 최대 공약수를 구하는데는 잘 알려진 *유클리드의 알고리즘*을 이용했습니다.

⟨ 필요한 서브루틴들 4 ⟩ ≡
```
int gcd(int i, int j)
{
  while (i ≠ j) {
    if (i > j) i -= j;
    else j -= i;
  }
  return i;
}
```
다음 섹션들도 살펴보세요: 7, 8, 12.

이 코드는 다음 섹션에서 사용됩니다: 2.

5. 위 그림과 설명에서 언급했듯이, 모든 인덱스에 대해서 mod n 연산을 취하면서 저글링하는 방법은 다음과 같습니다.

⟨ 저글링을 실행하라 5 ⟩ ≡

```
for ( ; ; ) {
  k = (j + rotdist) % n;      /* mod n 연산을 취한다 */
  if (k ≡ i) break;
  x[j] = x[k];
  j = k;
}
```

이 코드는 다음 섹션에서 사용됩니다: 3.

6. Block swap 알고리즘. 두 번째로 살펴볼 알고리즘은 *Block swap* 알고리즘이라 방법입니다. 주어진 배열의 회전에 관한 문제를 다른 시각에서 보면, 배열을 회전하는 문제는 두개의 블럭으로 구성된 배열 xy에서 블럭 x와 블럭 y의 위치를 바꾸어 배열 yx로 만드는 문제와 동일합니다. 이 글 서두에 제시된 문제에서 블럭 x는 abc에 해당하고, 블럭 y는 $defgh$에 해당합니다.

설명의 편의상 블럭 x의 크기가 블럭 y의 크기보다 작다고 가정합니다. (만약 x의 크기가 더 크다면, x와 y를 바꾸어서 생각하면 그만입니다.) 그리고나서 y를 다시 두개의 블럭 y_l과 y_r로 나누는데, y_r의 크기가 x의 크기와 같도록 합니다. 이때 x와 y_r의 위치를 바꾸면, 처음의 xy_ly_r은 y_ry_lx가 됩니다. 이 상황이 되고나면, x의 위치는 주어진 문제를 해결했을 때의 위치가 됩니다. 즉, 우리가 최종적으로 원하는 모습은 y_ly_rx인데, y_ry_lx가 되었으니, 우리는 이제 x에 대한 신경을 끄고, 나머지 y_ry_l을 y_ly_r로 바꾸는데만 집중하면 됩니다.

여기서 뭔가 머리를 확 스치고 지나가지 않나요? 그렇습니다. y_ry_l을 y_ly_r로 바꾸는 문제는 우리가 처음 해결하고자 했던 xy를 yx로 바꾸는 문제와 똑같아 졌습니다. 즉 문제가 재귀적인 성격을 갖고 있다는 말입니다. 이처럼 원래의 배열을 두 개의 블럭으로 나누어서 두 블럭의 위치를 바꿔서 해결한다고 해서 이 방법을 Block swap 알고리즘 이라고 부르나 봅니다.

7. 문제와 본격적인 전투에 앞서 먼저 총알을 준비하도록 합시다. 앞으로 문제를 해결하다 보면, 배열 내의 서로다른 두 위치내의 원소를 바꾸어 주어야 할 경우가 자주 발생합니다. 이러한 일을 하는 함수를 *swap*이라고 합시다.

```
⟨ 필요한 서브루틴들 4 ⟩ +≡
  void swap(char *s, char *t)
  {
    char temp;
    temp = *s;
    *s = *t;
    *t = temp;
  }
```

8. 다음으로 위의 *swap* 함수를 이용해서 크기가 같은 두 블럭을 바꾸는 함수 *blkswap*을 만들어 보겠습니다. 예를 들어, 배열 v가 $abcdefgh$일때, $blkswap(v, 3, 5)$는 맨 앞의 3개 abc와 인덱스 5번 위치부터 3개 fgh를 바꾸어 원래의 배열을 $fghdeabc$로 만듭니다.

```
⟨ 필요한 서브루틴들 4 ⟩ +≡
  void blkswap(v, n, t)
      char *v;
      int n, t;
  {
    while (--n ≥ 0)
      swap(v + n, v + t + n);
  }
```

9. Block swap 알고리즘을 구현한 *block_swaping* 함수는 위의 설명대로 재귀적(recursive) 함수로 구현됩니다. 이 함수는 세개의 파라미터를 필요로 하는데, v는 우리가 회전하고자 하는 일차원 배열을 나타내고, n은 배열 v의 크기, d는 회전하고자 하는 원소의 갯수는 나타냅니다.

```
⟨ 세 가지 Vector rotation 알고리즘 3 ⟩ +≡
  void block_swaping(v, n, rotdist)
      char *v;      /* 일차원 배열 */
      int n;      /* 배열의 크기 */
      int rotdist;      /* 회전하고자 하는 원소의 갯수 */
  {
    int i, j;
    ⟨ 종료 조건 10 ⟩;
    i = rotdist;      /* 블럭 x의 크기 */
    j = n − rotdist;      /* 블럭 y의 크기 */
    if (i > j) {      /* x가 y보다 큰 경우: x를 x_l x_r로 나눕니다. */
      blkswap(v, j, i);      /* x_l과 y를 교환하라 */
      block_swaping(v + j, i, i − j);      /* x_r과 x_l를 교환하라 */
    } else {      /* y가 x보다 큰 경우: y를 y_l y_r로 나눕니다. */
      blkswap(v, i, j);      /* x와 y_r를 교환하라 */
      block_swaping(v, j, i);      /* y_r과 y_l를 교환하라 */
    }
  }
```

10. 함수 *block_swaping*은 재귀함수 이므로 반드시 종료 조건을 가져야 합니다. 이 함수의 경우는 n과 d가 같거나 d의 값이 0인 경우가 바로 그때입니다. 즉 이 두 경우는 회전을 해도 배열일 변하지 않는 경우입니다.

```
⟨ 종료 조건 10 ⟩ ≡
  if (rotdist ≡ n ∨ rotdist ≡ 0)
    return;
```

이 코드는 다음 섹션에서 사용됩니다: 9.

11. Reversal 알고리즘. 앞의 두 알고리즘은 이해하기에 다소 어려운 면이 있었습니다. 지금부터 살펴 볼 알고리즘은 너무도 간단하면서도 참으로 기발한 방법입니다. 아마도 무릎을 치시며 "아하!" 하실지도 모릅니다. 문제를 다시 정의해 보면, 배열 xy를 yx로 변환하는 것입니다. 먼저, x^r을 x의 역순으로 된 배열이라고 합시다. 예를 들어 x가 $abcd$라면, a^r은 $dcba$가 됩니다. 그러면 Reversal 알고리즘은 다음과 같이 진행됩니다.

$$xy \longrightarrow x^r y \longrightarrow x^r y^r \longrightarrow yx$$

먼저 x를 역순으로 하고, 그 결과에서 y를 역순으로 하고, 마찬가지로 그 결과로 나온 $x^r y^r$을 역순으로 하면 yx를 얻을 수 있습니다. 즉, $(x^r)^r = x$ 이고, $(xy)^r = y^r x^r$이므로, $(x^r y^r)^r = yx$입니다.

12. 함수 *reverse*는 주어진 배열의 일부분을 역순으로 만드는 함수입니다. 예를 들어, $reverse(v, 2, 5)$는 배열 v에서 2번 인덱스의 원소 부터 5번 인덱스의 원소까지를 역순으로 만듭니다.

```
⟨ 필요한 서브루틴들 4 ⟩ +≡
  void reverse(v, s, t)
      char *v;      /* 배열 */
      int s;      /* 바꾸고자 하는 블럭의 시작 위치 */
      int t;      /* 바꾸고자 하는 블럭의 끝 위치 */
  {
    while (s < t)
      swap(v + (s++), v + (t--));
  }
```

13. Reversal 알고리즘을 구현한 함수 *reversal*은 *reverse* 함수를 이용해서 매우 간단히 구현됩니다.

```
⟨ 세 가지 Vector rotation 알고리즘 3 ⟩ +≡
  void reversal(char *v, int n, int rotdist)
  {
    reverse(v, 0, rotdist − 1);      /* x를 역순 */
    reverse(v, rotdist, n − 1);      /* y를 역순 */
    reverse(v, 0, n − 1);      /* x^r y^r를 역순 */
  }
```

14. 테스트 프로그램 실행. 지금까지 살펴본 세가지 알고리즘을 테스트하는 프로그램을 만들어 봅시다. 프로그램은 다음과 같이 실행됩니다.

```
myhome% vrotate 1 8 5
abcdefgh
fghabcde

myhome% vrotate 2 26 13
abcdefghijklmnopqrstuvwxyz
nopqrstuvwxyzabcdefghijklm

myhome% vrotate 3 10 3
abcdefghij
defghijabc
```

맨 처음 인자 1는 저글링 알고리즘을 나타냅니다. 2는 Block swap 알고리즘을, 3은 Reversal 알고리즘을 나타냅니다. 두번째 인자 8은 배열의 크기이고, 마지막 인자 5는 회전할 원소의 갯수입니다. 이 프로그램은 간단한 테스트 프로그램으로써 구현한 알고리즘의 정상 작동 여부를 파악하기 위한 것으로, 에러 처리에 대한 상당 부분은 생략했습니다.

```
#define JUGGLING 1
#define BLOCK_SWAPING 2
#define REVERSAL 3
```

⟨ Command line parameter 설정 14 ⟩ ≡

```
if (argc ≠ 4) {
  fprintf(stderr, "usage: vrotate algo# n d\nalgo#:\n"
  "\t1: Juggling\n\t2: Block swaping\n\t3: Reversal\n");
  exit(1);
}
which = atoi(*++argv);
n = atoi(*++argv);
d = atoi(*++argv);
```

이 코드는 다음 섹션에서 사용됩니다: 2.

15. 배열의 크기는 명령행 인수로 부터 동적 생성되고, 배열의 원소는 알파벳 a부터 시작하여 배열의 크기 만큼 생깁니다.

⟨ 일차원 배열 생성 및 초기화 15 ⟩ ≡

```
if ((vector = (char *) calloc(sizeof(char), n)) ≡ Λ) {
  fprintf(stderr, "not enough memory.\n");
  exit(2);
}
for (i = 0; i < n; i++)
  vector[i] = 'a' + i;
```

이 코드는 다음 섹션에서 사용됩니다: 2.

16. 주어진 알고리즘을 실행하기 전에 먼저 설정된 배열을 출력하고, 알고리즘 실행 후에 변경된 배열을 출력하여 결과를 확인합니다.

```
⟨ 주어진 알고리즘 실행 16 ⟩ ≡
  printf("%s\n", vector);
  if (which ≡ JUGGLING)
    juggling(vector, n, d);
  else if (which ≡ BLOCK_SWAPING)
    block_swaping(vector, n, d);
  else if (which ≡ REVERSAL)
    reversal(vector, n, d);
  printf("%s\n", vector);
```

이 코드는 다음 섹션에서 사용됩니다: 2.

17. 색인.

⟨ 세 가지 Vector rotation 알고리즘 3, 9, 13 ⟩ 다음 섹션에서 사용됩니다: 2.
⟨ 일차원 배열 생성 및 초기화 15 ⟩ 다음 섹션에서 사용됩니다: 2.
⟨ 저글링을 실행하라 5 ⟩ 다음 섹션에서 사용됩니다: 3.
⟨ 종료 조건 10 ⟩ 다음 섹션에서 사용됩니다: 9.
⟨ 주어진 알고리즘 실행 16 ⟩ 다음 섹션에서 사용됩니다: 2.
⟨ 필요한 서브루틴들 4, 7, 8, 12 ⟩ 다음 섹션에서 사용됩니다: 2.
⟨ Command line parameter 설정 14 ⟩ 다음 섹션에서 사용됩니다: 2.

배열 회전이동 Algorithms

한글 `cweb` 프로그래밍에서 한글 북마크가 가능하도록 해주신 김도현님게 깊은 감사를 드립니다.