컴퓨터수학교육연구회

형성평가

이 문서는 수업개선을 위한 교과교육연구의 일환으로 컴퓨터 수학교육연구회에서 제작한 것입니다.

마지막으로 업데이트한 날: 2003년 11월 17일 Version 1.00

1. 삼각함수

Begin Quiz 다음 물음에 답하여라.

1. (2점) 2003°는 몇 사분면 각인가?

(a) 1사분면

(b) 2사분면

(c) 3사분면

(d) 4사분면

(e) 동경이 x축 위에 있다.

2. (3점) 호의 길이가 2π, 넓이가 3π인 부채꼴의 반지름의 길이를 r, 중심각의 크기를 θ라 할 때, $\frac{\theta}{r}$의 값을 구하면?

(a) 3π

(b) $\frac{2}{3}\pi$

(c) 2π

(d) $\frac{2}{9}\pi$

(e) $\frac{\pi}{9}$

3. (4점) 삼각함수 $y = \sin(\theta - \frac{\pi}{3})$의 주기는 a, $y = \cos\frac{\theta}{2}$의 주기는 b, 그리고 $y = \tan(2\theta - \frac{\pi}{2})$의 주기는 c이다. 이 때, $a + b + c$의 값을 구하면?

(a) 7π

(b) $\frac{6}{5}\pi$

(c) 5π

(d) $\frac{7}{2}\pi$

(e) $\frac{13}{2}\pi$

4. (2점) 다음을 계산하면?

$$\frac{\sin(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4})}{\cos(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4})}+\tan^2(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4})$$

(a) -4

(b) -2

(c) 0

(d) 2

(e) 4

5. (2점) θ가 제4사분면 각이고 $\cos\theta = \frac{3}{5}$일 때, $\sin\theta$의 값을 구하면?

(a) $-\frac{5}{4}$

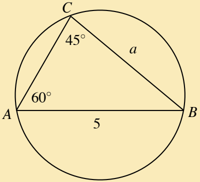
(b) $-\frac{4}{3}$

(c) $-\frac{4}{5}$

(d) $\frac{3}{4}$

(e) $\frac{4}{5}$

6. (4점) 삼각형 ABC에서 $\angle A = 60°$, $\angle C = 45°$, $\overline{AB} = 5$, $\overline{BC} = a$일 때, 삼각형 ABC의 외접원의 반지름과 a의 합을 구하면?



(a) $\sqrt{5}$

(b) $5\sqrt{2}$

(c) $5\sqrt{3}$

(d) $\frac{5(\sqrt{2}+\sqrt{6})}{2}$

(e) $5\sqrt{6}$

7. (3점) 삼각형 ABC에서

$$a : b : c = \sqrt{2} : 2 : (\sqrt{3} + 1)$$

일 때, 삼각형의 내각 중 크기가 가장 작은 각의 크기는?

(a) $15°$

(b) $30°$

(c) $60°$

(d) $90°$

(e) $120°$

8. (4점) 두 변의 길이가 각각 2이고 그 사이각이 θ인 삼각형의 넓이가 1보다 작을 때, 다음 중 각 θ의 값이 될 수 있는 것을 고르면?

(a) 60°

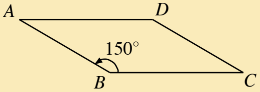
(b) 100°

(c) 120°

(d) 135°

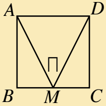
(e) 160°

9. (3점) 평행사변형 $ABCD$에서 $\overline{AB} = 4$, $\overline{BC} = 5$, $\angle ABC = 150°$일 때, 평행사변형 $ABCD$의 넓이를 구하여라.



(평행사변형의 넓이)= $\boxed{}$

10. (3점) 정사각형 $ABCD$의 한 변 BC의 중점을 M이라고 하고, 두 선분 AM과 DM이 이루는 각을 θ라고 할 때, $\cos\theta$의 값을 구하여라.



$\cos\theta =$

End Quiz Score: Correct

총점

득점율

평가

퀴즈풀이

Solution to Quiz: $2003° = 360° \times 5 + 203°$이므로 동경이 3사분면에 위치한다. 따라서 $2003°$는 3사분면 각이다.

End Quiz

Solution to Quiz: 반지름이 r이고 중심각이 θ인 부채꼴의 호의 길이는 $r\theta$이고 부채꼴의 넓이는 $\frac{1}{2}r^2\theta$이므로

$$r\theta = 2\pi \tag{1}$$

$$\frac{1}{2}r^2\theta = 3\pi \tag{2}$$

이다. (1)식과 (2)식을 이용하여

$$3\pi = \frac{1}{2}r^2\theta = \frac{1}{2}r(r\theta) = \frac{1}{2}r \cdot 2\pi = r\pi$$

이므로 $r = 3$이고 이 값을 (1)식에 대입하면 $\theta = \frac{2}{3}\pi$이다.

End Quiz

Solution to Quiz: 먼저 함수 $y = \sin(\theta - \frac{\pi}{3}) = \sin(\theta - \frac{\pi}{3} + 2\pi) = \sin((\theta + 2\pi) - \frac{\pi}{3})$으로 주기는 2π이다. 또,

$y = \cos\frac{\theta}{2} = \cos(\frac{\theta}{2} + 2\pi) = \cos\frac{\theta+4\pi}{2}$이므로 주기는 4π이다. 마지막으로

$$\begin{aligned} y &= \tan(2\theta - \frac{\pi}{2}) \\ &= \tan(2\theta - \frac{\pi}{2} + \pi) \\ &= \tan((2\theta + \pi) - \frac{\pi}{2}) \\ &= \tan(2(\theta + \frac{\pi}{2}) - \frac{\pi}{2}) \end{aligned}$$

이므로 주기는 $\frac{\pi}{2}$이다.

End Quiz

Solution to Quiz: $\sin(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}) = \cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$이고 $\cos(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}) = -\sin\frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$이다. 또 $\tan(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}) = -\cot\frac{\pi}{4} = -1$이다. 따라서

$$\begin{aligned}
\frac{\sin(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4})}{\cos(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4})} + \tan^2(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}) &= \frac{\cos\frac{\pi}{4}}{-\sin\frac{\pi}{4}} + (-\cot\frac{\pi}{4})^2 \\
&= \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{-\frac{\sqrt{2}}{2}} + (-1)^2 \\
&= -1+1 \\
&= 0
\end{aligned}$$

End Quiz

Solution to Quiz: $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$이므로

$$\begin{aligned}\sin^2\theta &= 1 - \cos^\theta \\ &= 1 - (\frac{3}{5})^2 \\ &= \frac{16}{25}\end{aligned}$$

따라서 $\sin\theta = \pm\frac{4}{5}$이다. 그런데 θ는 4사분면의 각이므로 $\sin\theta < 0$이다. 따라서 $\sin\theta = -\frac{4}{5}$이다.

End Quiz

Solution to Quiz: 삼각형 ABC의 외접원의 반지름을 R이라고 하자. 삼각형의 사인법칙를 이용하여

$$\frac{5}{\sin 45^\circ} = \frac{a}{\sin 60^\circ} = 2R$$

이 성립한다. 따라서 $R = \frac{5\sqrt{2}}{2}$이고 $a = \frac{5\sqrt{6}}{2}$이다.

End Quiz

Solution to Quiz: $a : b : c = \sqrt{2} : 2 : (\sqrt{3}+1)$이므로 $a = \sqrt{2}t$, $b = 2t$, $c = (\sqrt{3}+1)t$ (t는 양의 실수)이라고 놓자. 삼각형의 세 변의 길이 중 길이가 가장 작은 변의 마주보는 각의 크기가 가장 작다. 따라서 각 A의 크기가 가장 작다. 코사인 법칙에 의하여

$$\begin{aligned}\cos A &= \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}\\ &= \frac{4t^2+(4+2\sqrt{3})t^2-2t^2}{4(\sqrt{3}+1)t^2}\\ &= \frac{\sqrt{3}}{2}\end{aligned}$$

이다. 즉, $\cos A = \frac{\sqrt{3}}{2}$을 만족하는 A를 구하면 30°이다.

End Quiz

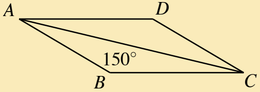
Solution to Quiz: 두 변의 길이가 2이고 그 사이각이 θ인 삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot \sin\theta = 2\sin\theta$이다. 문제 조건으로 부터 $2\sin\theta < 1$ 즉, $\sin\theta < \frac{1}{2}$을 만족하는 θ를 $0 < \theta < 180^\circ$ 범위 내에서 찾으면 된다. 사인함수의 그래프를 이용하여 이 부등식을 만족하는 θ의 값을 구하면 $0 < \theta < 30^\circ$ 또는 $150^\circ < \theta < 180^\circ$이다.

End Quiz

Solution to Quiz: 평행사변형 $ABCD$의 넓이는 삼각형 ABC 넓이의 두 배이므로 삼각형 ABC의 넓이를 구하면 된다. 삼각형 ABC의 두 변의 길이가 각각 4, 5이고 그 두 변의 사이각의 크기가 $150°$이므로 삼각형의 넓이는

$$\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5 \cdot \sin 150° = 10 \cdot \sin 30° = 5$$

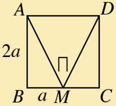
이다. 따라서 평행사변형의 넓이는 10이다.



End Quiz

Solution to Quiz:

정사각형의 한 변의 길이를 $2a$라고 하면



$\overline{AM} = \overline{DM} = \sqrt{5}a$이므로 코사인 법칙에 의하여

$$\begin{aligned}\cos\theta &= \frac{\overline{AM}^2 + \overline{DM}^2 - \overline{AD}^2}{2 \cdot \overline{AM} \cdot \overline{DM}} \\ &= \frac{5a^2 + 5a^2 - 4a^2}{2 \cdot 5a^2} \\ &= \frac{3}{5}\end{aligned}$$

End Quiz